

## ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODEL DESCRIBING A PROBLEM OF TEMPERATURE RISE DURING ONE – SIDED SURFACE LAPPING

**Justyna Molenda**

*Gdynia Maritime University  
Faculty of Marine Engineering  
Morska Street 81-87, 81-225 Gdynia, Poland  
tel.: +48 58 69 01 549, fax +48 58 69 01 399  
e-mail: jmolenda@am.gdynia.pl*

**Adam Barylski**

*Gdańsk University of Technology  
Faculty of Mechanical Engineering  
G. Narutowicza Street 11/12, 80-952 Gdańsk  
tel.: +48 58 347 19 82  
e-mail: abarylsk@pg.gda.pl*

### **Abstract**

*The paper presents the results of verification of mathematical models developed in literature. They allow estimating the average and maximum temperature rise of work surface during lapping. Researchers by making some simplifying assumptions analyze temperature rise during abrasive-workpiece contact. The heat generated at this contact is taken as a product of the friction force and relative sliding velocity between the abrasive and the work surface. They treat each abrasive grain as a moving heat source applied to the work surface.*

*By using their formulation the electronic model was create. The model was then applied to calculate the maximum temperature rise during steel element lapping, with single disc lapping machine ABRALAP 380. For machining the abrasive slurry on the basis of silicon carbide 95A number F600/9 was used. The temperature was measured by way of infrared camera V-20 II series produced by VIGO System S.A. Thus, calculations were made for real lapping operations conducted to confirm the correlation between lapping temperature and parameters like pressure or velocity. The goal was to compare results of experiments and calculations.*

*Comparison of the analytical and measured temperature rises shows that not only their values are different. The first ones are constant and the second are time dependent. Values calculated with theoretical model help are also underestimated. It is probably caused by that the authors didn't take into consideration some important factors, i.e. lapping machine influence and it's working time length.*

**Keywords:** *one side lapping, temperature rise model, executory system temperature, thermal imaging measurements, lapping parameters, lapping machine executory system*

## ANALIZA MODELU MATEMATYCZNEGO OPISUJĄCEGO WZROST TEMPERATURY PODCZAS DOCIERANIA JEDNOSTRONNEGO POWIERZCHNI PŁASKICH

### **Streszczenie**

*W pracy przedstawiono wyniki próby weryfikacji modeli matematycznych sformułowanych w literaturze. Pozwalają one na wyznaczenie średniej i maksymalnej wartości wzrostu temperatury w kontaktach roboczych mikroziaren ściernych. Badacze przyjmując szereg założeń upraszczających, analizują w nich wzrost temperatury spowodowany ciepłem wydzielonym w wyniku działania siły tarcia i prędkości względnej między pojedynczym ziarnem a powierzchnią docieraną. Ziarna traktują jako ruchome źródła ciepła działające na tę powierzchnię.*

*Wykorzystując zaproponowane zależności sformułowano model komputerowy. Następnie, wykorzystując ten*

model, przeprowadzono obliczenia dla danych odpowiadających warunkom wcześniej prowadzonych badań. Badania te miały na celu oszacowanie wpływu podstawowych parametrów obróbki na wzrost temperatury w procesie docierania. Przeprowadzone zostały na stanowisku, którego podstawowymi elementami były jednotarczowa docierarka pierścieniowa ABRALAP 380 przeznaczona do obróbki powierzchni płaskich oraz kamera termograficzna serii V-20 II firmy VIGO System S.A. Otrzymane wartości porównano w kolejnym kroku z wartościami rzeczywistymi. Do porównań przyjęto obliczone wartości maksymalne wzrostu temperatury.

Porównanie wartości obliczonych ze zmierzonymi pokazało, że różnią się one nie tylko ilościowo. Podczas, gdy pierwsze mają wartość stałą, niezależną od czasu, drugie zmieniają się w czasie. Widać również duże niedoszacowanie wartości analitycznych. Wynika ono prawdopodobnie z nie uwzględnienia np. wpływu docierarki, czy czasu jej pracy.

**Słowa kluczowe:** docieranie jednotarczowe, model wzrostu temperatury, temperatura elementów układu, pomiary termowizyjne, parametry docierania

## 1. Wprowadzenie

Wysokie wymagania, które konstruktorzy stawiają obecnie narzędziom i częściom maszyn, z jednej strony, oraz własności coraz częściej stosowanych nowych trudnoobrabialnych materiałów – z drugiej, sprawiają, że metody obróbki bardzo dokładnej, w tym docieranie, znajdują szerokie zastosowanie w wielu gałęziach przemysłu, zwłaszcza precyzyjnego.

Docieranie umożliwia uzyskanie powierzchni o niskiej chropowatości i wysokiej dokładności. Struktura stereometryczna powierzchni po tej obróbce jest bardzo korzystna w połączeniach ślizgowych, ze względu na zdolność utrzymywania warstwy smaru oraz w połączeniach stałych - ze względu na dużą nośność.

Ten rodzaj obróbki ścierniej ma obecnie wiele zastosowań, służy zarówno do wykańczania szkieł optycznych, warstw krzemowych (głównego składnika w strukturze komputera), jak i uszczelnień mechanicznych, czy gniazd zaworowych. Nie ma w zasadzie ograniczeń jeżeli chodzi o gatunek i stan obrabianego materiału [5, 8].

Jedną z odmian docierania jest obróbka powierzchni płaskich, przy czym głównie stosowana jest ona na docierarkach jednotarczowych. Typowy układ wykonawczy takiej obrabiarki przedstawiono na Rys. 1. Składa się on z trzech pierścieni prowadzących (2), które poruszają się po czynnej powierzchni docieraka (1) pod wpływem działania sił tarcia, z prędkością zależną od prędkości tarczy i warunków tarcia w strefie styku przedmiot obrabiany - narzędzie. W pierścieniach prowadzących umieszczone są separatory z przedmiotami obrabianymi.

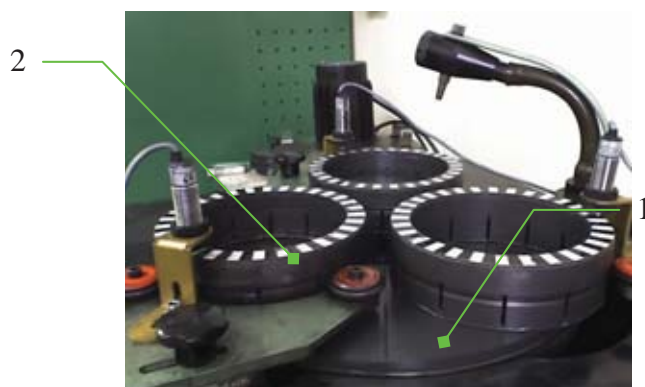


Fig. 1. Executory system of single disc lapping machine ABRALAP 380: 1- conditioning rings, 2-lapping tool,  
Rys. 1. Układ wykonawczy jednotarczowej docierarki pierścieniowej ABRALAP 380: 1-pierścienie prowadzące, 2- docierak

W przestrzeń roboczą, znajdującą się pomiędzy powierzchnią docieraka a powierzchnią obrabianą (Rys. 2), wprowadza się zawieszinę ścierną (ścierniwo z nośnikiem płynnym). W wyniku obrotu tarczy docierającej i separatorów ziarna ściernie wykonują ruchy toczne (z poślizgiem lub bez) lub osadzają się w docieraku, co powoduje ubytek materiału z powierzchni obrabianej.

Mikroziarna mogą powodować odkształcenie plastyczne i umocnienie, a w następstwie tego odrywanie cząstek materiału lub mikroskrawanie [2, 5, 8].

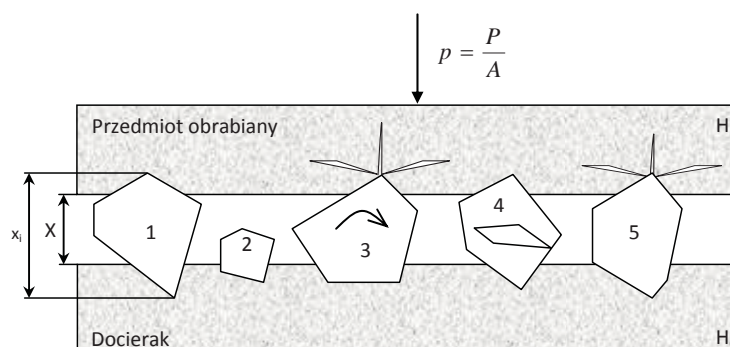


Fig. 2. Schematic of abrasive-workpiece contact in lapping: 1, 2, 3, ... - abrasive grains,  $p$  – lapping pressure

Rys. 2. Schemat strefy kontaktu przedmiotu z docierakiem poprzez mikroziarna ściernie podczas docierania; 1, 2, 3, ... - mikroziarna ściernie,  $p$  - nacisk jednostkowy

## 2. Temperatura procesu – opis teoretyczny

Praca mikroziaren w szczelinie roboczej, poza usuwaniem nadmiaru, powoduje również wygenerowanie pewnej ilości ciepła, które wywołuje wzrost temperatury obrabianego elementu. Wzrost ten nie jest na tyle duży by spowodować zmiany strukturalne w materiale, a charakter procesu sprawia, że nie ma w nim również naprężeń cieplnych. Zmiany temperatury wpływają jednak na dokładność kształtu docieraka. Ciepło wytworzone podczas długotrwałego docierania powoduje deformację powierzchni tarczy. Płaskość docieraka jest czynnikiem decydującym o dokładności powierzchni obrobionej. W trakcie obróbki błędy kształtu narzędzia odwzorowywane są na powierzchni obrobionej. Należy zatem zapewnić możliwie najwyższą płaskość docieraka. Aby zapobiegać jego odkształceniom cieplnym stosuje się systemy chłodzenia [2-4].

W pracy [4] sformułowano model opisujący wzrost temperatury powierzchni obrabianej wywołany ciepłem wygenerowanym w kontaktach roboczych pojedynczych mikroziaren z tą powierzchnią. W dalszej części opisane zostanie to rozumowanie.

### 2.1. Wyznaczenie siły normalnej

Zakładając, że ciepło wytwarzane jest w wyniku działania siły tarcia przy współdziałaniu prędkości względnej pomiędzy ziarnem a powierzchnią obrabianą, pierwszym etapem kreowania modelu jest wyznaczenie sił działających na pojedyncze ziarno, przede wszystkim siły normalnej  $P_i$  (Rys. 3). W tym celu przyjęto model ziarna ściernego, które działa na docieraną powierzchnię jak ostry stożkowy wgłębnik o kącie wierzchołkowym  $2\theta$ . Odpowiada to geometrii ziaren o ujemnym kącie natarcia.

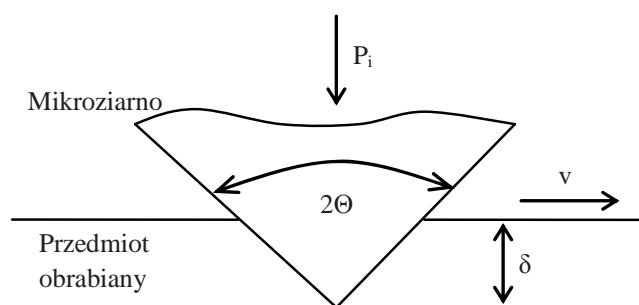


Fig. 3. Mechanical model of the contact between an abrasive particle and the workpiece  
Rys. 3. Model kontaktu roboczego mikroziarna ściernego i powierzchni obrabianej

Głębokość  $\delta$  penetracji ziarna w powierzchnię obrabianą przez taki wgłębnik można wyznaczyć korzystając z zależności:

$$P = \Pi H_p \delta^2 \operatorname{tg}^2 \Theta, \quad (1)$$

gdzie  $H_p$  - twardość materiału obrabianego w skali Knoop'a.

W procesie usuwania nadmiaru biorą udział tylko te ziarna, których wymiar charakterystyczny  $x$  jest większy niż wymiar szczeliny roboczej  $X$ . Są to mikroziarna aktywne.

Uwzględniając powyższe, siła działająca na pojedyncze ziarno o wymiarze charakterystycznym  $x_i$ , wyraża się wzorem:

$$P_i = \frac{\Pi H_p \operatorname{tg}^2 \Theta}{\left(1 + \sqrt{H_p/H_d}\right)^2} (x_i - X)^2, \quad (2)$$

gdzie:

$P_i$  - siła działająca na pojedyncze ziarno ściernie o wymiarze charakterystycznym  $x_i$ ,

$H_d$  - twardość Knoop'a materiału docieraka,

$X$  - wymiar szczeliny roboczej.

Siła przyłożona w trakcie docierania przenoszona jest tylko za pośrednictwem mikroziaren aktywnych, zatem siła całkowita (sumaryczna) wyraża się wzorem:

$$P_{\text{calk}} = \sum_{i=1}^n P_i, \quad (3)$$

gdzie  $n$  - liczba ziaren aktywnych.

Uwzględniając, że rozkład wymiarów charakterystycznych mikroziaren ściernych określony jest przez funkcję prawdopodobieństwa  $\Phi(x)$ , suma (3), po uwzględnieniu zależności (2), przyjmie postać:

$$P_{\text{calk}} = \frac{\Pi N H_p \operatorname{tg}^2 \Theta}{\left(1 + \sqrt{H_p/H_d}\right)^2} \int_X^{x_{\max}} (x - X)^2 \Phi(x) dx, \quad (4)$$

gdzie:

$N$  - całkowita liczba ziaren w szczelinie roboczej,

$x_{\max}$  - maksymalny wymiar ziarna w ścierniwie.

Przyjmując, że funkcja  $\Phi(x)$  jest funkcją rozkładu normalnego i uwzględniając jej postać w zależności (4), otrzymano:

$$P_{\text{calk}} = \frac{\Pi H_p \operatorname{tg}^2 \Theta}{\left(1 + \sqrt{H_p/H_d}\right)^2} \frac{N}{\sigma \sqrt{2\Pi}} \int_X^{x_{\max}} (x - X)^2 \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x - d}{\sigma}\right)^2\right] dx, \quad (5)$$

gdzie  $\sigma$  - odchylenie standardowe średniej wartości  $d$  wymiaru charakterystycznego ziaren ściernych.

Całkowita liczba ziaren ściernych w objętości szczeliny roboczej ( $XA$ ), zależy m.in. od koncentracji ścierniwa:

$$N = \frac{6M_{ms}}{\Pi d^3 \rho} \frac{AX}{(V_n + M_{ms}/\rho)}, \quad (6)$$

gdzie:

$M_{ms}$ ,  $\rho$  - odpowiednio masa i gęstość,

$V_n$  - objętość nośnika [1, 4, 5, 7, 9].

## 2.2. Wyznaczenie temperatury

Formułując model, pomijając szczegóły procesu usuwania nadmiaru, przyjęto że każde ziarno aktywne działa jak kołowe źródło ciepła o promieniu  $r$ , poruszające się po docieranej powierzchni

z prędkością  $v$ . Gdy pozostaje one w kontakcie roboczym z powierzchnią, na skutek działania siły tarcia  $F$  przy prędkości względnej, wygenerowana zostaje taka ilość ciepła, która powoduje wzrost temperatury o:

$$T = \frac{1,22qr}{\lambda\sqrt{\Pi(0,6575 + P_e)}}, \quad (7)$$

gdzie:

$q$  - strumień ciepła,

$\lambda$  - współczynnik przewodzenia ciepła materiału obrabianego,

$P_e$  - liczba Pecleta.

Liczba Pecleta opisują skalę prędkości przy ruchomych źródłach ciepła:

$$P_e = \frac{vr\rho c}{2\lambda}, \quad (8)$$

gdzie  $c$  - ciepło właściwe materiału obrabianego.

W kolejnym kroku należy określić jaka część strumienia ciepła prznika do przedmiotu obrabianego. Przyjęto, że część strumienia  $Rq$  wnika do przedmiotu, a reszta, tj.  $(1 - R)q$  - do ścierniwa. Zakłada się, że nie ma strat do otoczenia. Porównując wzrosty temperatury ziaren i przedmiotu otrzymano:

$$R = \frac{1}{1 + \frac{3,66\Pi}{8} \frac{\lambda_{ms}}{\lambda} \frac{1}{\sqrt{\Pi(0,6575 + P_e)}}}, \quad (9)$$

gdzie:  $\lambda_{ms}$  – współczynnik przewodzenia ciepła materiału ściernego.

Ostatecznie wartość wzrostu temperatury kontaktu można wyznaczyć z zależności:

$$T = \frac{1,22\mu v\sqrt{PH_p}}{\sqrt{\Pi}} \frac{1}{\lambda\sqrt{\Pi(0,6575 + P_e)} + \frac{3,66\Pi\lambda_{ms}}{8}}, \quad (10)$$

gdzie  $\mu$  - współczynnik tarcia.

Maksymalną wartość temperatura osiąga w kontakcie największego ziarna znajdującego się w szczeliny roboczej z powierzchnią obrabianą:

$$T_{\max} = \frac{1,22\mu v H_p \operatorname{tg}\Theta(x_{\max} - X)}{(1 + \sqrt{H_p/H_d})} \cdot \frac{1}{\lambda\sqrt{\Pi(0,6575 + P_e)} + \frac{3,66\Pi\lambda_{ms}}{8}}. \quad (11)$$

Wartość średnia wzrostu temperatury wyznaczona została jako średnia ważona wartości wzrostów temperatury dla kontaktów roboczych wszystkich ziaren znajdujących się w strefie obróbki. Określa ją zależność:

$$T_{\text{śr}} = \frac{\int_X^{x_{\max}} T\Phi(x)dx}{\int_X^{x_{\max}} \Phi(x)dx} = \frac{1,22\mu R v\sqrt{H_p}}{\Pi\lambda_p} \cdot \frac{\int_X^{x_{\max}} \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{(0,6575 + P_e)}} \Phi(x)dx}{\int_X^{x_{\max}} \Phi(x)dx}. \quad (12)$$

### 3. Założenia i wyniki obliczeń symulacyjnych

W pierwszym kroku obliczono wartości wysokości szczeliny roboczej  $X$ , wykorzystując w tym celu pakiet Optimization Toolbox programu MATLAB. Następnie, za pomocą programu EXEL, obliczono wartości temperatury maksymalnej.



Wszystkie obliczenia wykonano dla warunków docierania przeprowadzonego podczas wcześniejszych prób. Docierano okrągły element stalowy, wykonany ze stali miękkiej normalizowanej ( $H_p = 220$  MPa), o średnicy 119,8 mm. Obróbkę prowadzono na docierarce wyposażonej w rowkowy docierak żeliwny ( $H_d = 200$  MPa) stosując zawieszinę na bazie węglika krzemu o numerze F600/9 i rozkładzie wymiaru charakterystycznego ziaren przedstawionym w Tab. 1:

Tab. 1. Silicon carbide abrasive powder statistic  
Tab. 1. Rozkład wielkości ziaren węglika krzemu

Wartość średnia wymiaru charakterystycznego $d$ [ $\mu\text{m}$ ]	Wartość maksymalna wymiaru charakterystycznego $x_{\text{max}}$ [ $\mu\text{m}$ ]	Wartość minimalna wymiaru charakterystycznego $x_{\text{min}}$ [ $\mu\text{m}$ ]	Odchylenie standardowe $\sigma$ [ $\mu\text{m}$ ]
14,7	40,0	4,0	7,457

Ścierniwo sporządzono zgodnie z zaleceniami podanymi w normatywach [6]. Przyjęto również wartość kąta wierzchołkowego ziarna  $2\theta = 122^\circ$  oraz współczynnik tarcia  $\mu = 0,2$  [1, 4, 5, 7].

Wysokość szczeliny roboczej obliczono dla trzech wartości siły całkowitej: 32,76 N, 32,23 N i 32,12 N. Ze względu na bardzo małe różnice pomiędzy nimi, można przyjąć (z dokładnością 0,01  $\mu\text{m}$ ), że szczelina robocza ma wynosi 30,69  $\mu\text{m}$ .

Podobnie, jak w przeprowadzonych próbach, analizę modelu wykonano dla trzech wartości prędkości względnej (prędkości docierania): 0,51 m/s, 0,64 m/s i 0,77 m/s.

Wyniki przeprowadzonych obliczeń i badań przedstawiono na Rys. 4 i 5. Pierwszy z nich obrazuje zależność temperatury od prędkości docierania, drugi – od nacisków. W celu zmniejszenia błędu, rozważano wartości przyrostu temperatury, a nie jej wartość bezwzględną. Za wartość początkową przyjmowano w tym celu temperaturę średnią w obszarze skanowania, zmierzoną przed rozpoczęciem obróbki, w czasie  $t = 0$  min. [3].

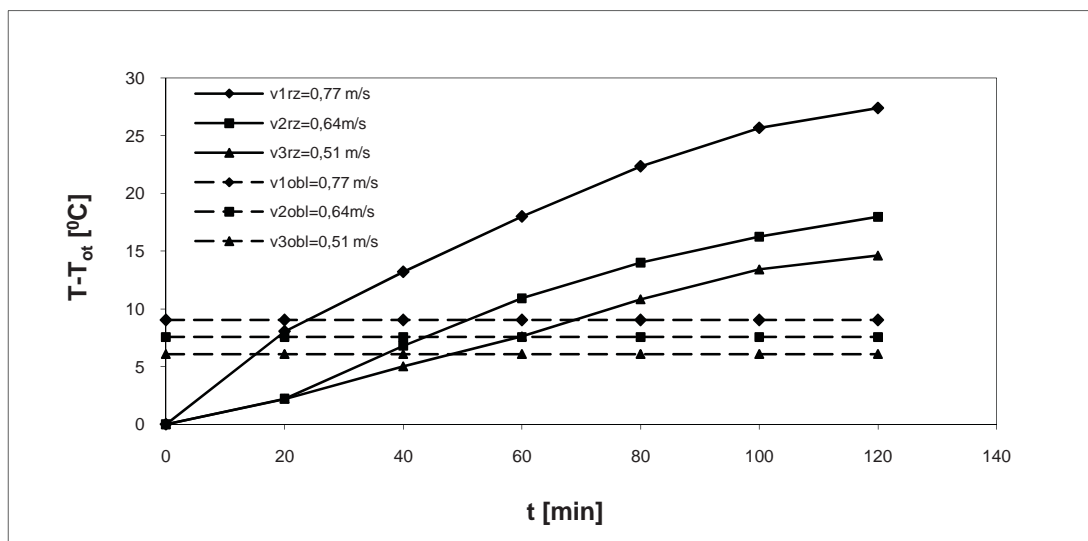


Fig. 4. Dependence of lapping machine executory system elements temperature rise on lapping velocity  
Rys. 4. Zależność temperatury elementów układu wykonawczego obrabiarki od prędkości docierania

Na wykresach linią przerywaną zaznaczono wartości obliczeniowe wzrostu temperatury. W przypadku wykresu przedstawionego na Rys. 5 zaznaczono tylko jedną wartość analityczną. Powodem tego były niewielkie różnice otrzymane dla różnych  $p$  [3].

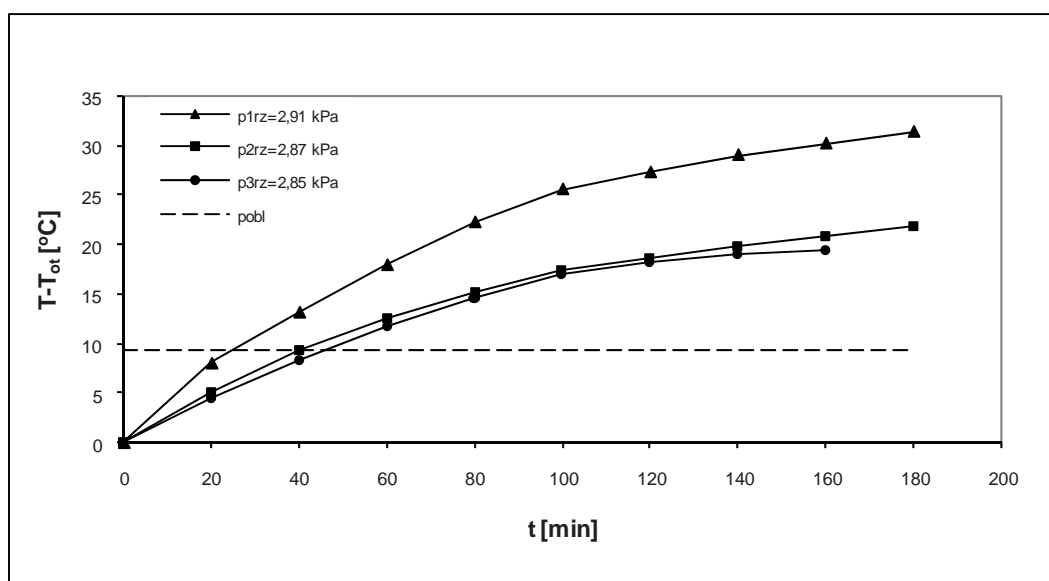


Fig. 5. Dependence of lapping machine executory system elements temperature rise on lapping pressure  
Rys. 5. Zależność temperatury elementów układu wykonawczego obrabiarki od nacisków docierania

Zarówno na Rys. 4, jak i Rys. 5 widać zupełnie inny charakter krzywych rzeczywistych i obliczeniowych. Podczas gdy przebieg pierwszych zmienia się w czasie, drugie utrzymują się na stałym poziomie. Poza tym, na wykresach widoczna jest zdecydowana różnica wartości wzrostu temperatury. Wartości analityczne są znacznie niższe od zmierzonych, nawet mimo tego, że do porównań przyjęto obliczone wartości maksymalne.

Niedoszacowanie wynika prawdopodobnie z nie uwzględnienia przez autorów modelu opisanego w pracy [4] ważnych czynników. Pierwszym z nich, bardzo istotnym, jest wpływ docierarki. W trakcie jej pracy, elementy układu wykonawczego nagrzewają tak, że przedmiot, którego obróbkę rozpoczyna się na rozgrzanej docierarce, szybko przyjmuje temperaturę elementów układu wykonawczego. Wiąże się z tym kolejny czynnik, tj. czas pracy obrabiarki oraz czas obróbki przedmiotu. Docierarka w warunkach produkcyjnych pracuje w sposób ciągły (czasem nawet dwie lub trzy zmiany), z rozważań nie można zatem tych czynników wyłączyć, czego dowodzą przytoczone wyniki badań własnych.

#### 4. Wnioski

Przeprowadzone badania i obliczenia pozwoliły wykazać, że wzrost temperatury w procesie docierania jest ciągle procesem nie opisanym. Porównanie wyników pomiarów wzrostu temperatury, przeprowadzonych podczas rzeczywistych prób, z wartościami obliczonymi dla warunków tych prób jednoznacznie wykazało, że modele są niewystarczająco dokładne. Nie uwzględnia się w nich ani wpływu samej obrabiarki, ani zależności od czasu. Poza tym, ze względu na charakter procesu nie można rozpatrywać przedmiotu odrębnie od całego układu wykonawczego.

Celem dalszych badań rzeczywistych obiektów będzie ilościowe ujęcie zależności wzrostu temperatury w układzie wykonawczym od podstawowych parametrów obróbki, z uwzględnieniem czasu pracy docierarki, co w kolejnych etapach badań pozwoli zaproponować alternatywny, do systemów chłodzenia docieraka, sposób ograniczenia wzrostu jego temperatury.

#### Literatura

- [1] Barylski, A., Deja, M., *Wyznaczanie odległości pomiędzy przedmiotem obrabianym i czynną powierzchnią docieraka tarczowego*, XXVI Naukowa Szkoła Obróbki Ściernej, Łódź, 2003.

- [2] Barylski, A., Molenda, J., *Koncepcja poprawy jakości docierania elementów cienkościennych na docierarce jednotarczowej*, Materiały i Technologie. Roczniki Naukowe Pomorskiego Oddziału Polskiego Towarzystwa Materiałoznawczego, Nr 3, 2005.
- [3] Barylski, A., Molenda, J., *Badania wstępne wpływu czasu i prędkości docierania na temperaturę elementów układu wykonawczego docierarki jednotarczowej*, XXIX Naukowa Szkoła Obróbki Ściernej, Gdańsk-Jurata, 2006.
- [4] Bulsara, V. H., Ahn, Y., Chandrasekar, S., Farris, T. N., *Polishing and lapping temperatures*, Journal of Tribology, Vol. 119, 1997.
- [5] Chang, Y. P., Hashimura, M., Dornfeld, D. A., *An Investigation of Material Removal Mechanisms in Lapping with Grain Size Transition*, Journal of Manufacturing Science and Engineering, Vol. 122, No. 3, 2000.
- [6] Feld, M., Barylski, A., *Docieranie. Wytyczne doboru warunków obróbki*, Wydawnictwa Przemysłu Maszynowego WEMA, Warszawa 1979.
- [7] Imanaka, O., *Lapping Mechanics of Glass – Especially on Roughness of Lapped Surface*, Annals of the CIRP, Vol. 13, No. 3, 1966.
- [8] Marinescu, I. D., Uhlmann, E., Doi, T. K., *Handbook of lapping and polishing*, CRC Press, Boca Raton, London, New York 2007.
- [9] Spur, G., Engel, H., *Tool engagement and surface formation in lapping of brittle materials*, Int. J. Japan Soc. Prec. Eng., Vol. 33, No. 3, 1999.